

Projeto Fatorial 2^K : Uma Aplicação para a Preparação de um produto alimentício

Heloisa Helena Weber (UFRGS) heloisa@producao.ufrgs.br
Amanda Sória Buss (UFRGS) amanda@producao.ufrgs.br
Carla ten Caten (UFRGS) tencaten@producao.ufrgs.br

Resumo

Este artigo apresenta a aplicação de um projeto de experimentos fatorial completo do tipo 2^3 com o objetivo de identificar os fatores que influenciam na preparação do arroz branco tipo 1. Foram realizadas 8 combinações de experimentos com duas repetições, considerando os fatores: (1) quantidade de água; (2) tempo de cozimento e (3) fritar ou não previamente o arroz. Com os dados obtidos foi realizada ANOVA e um modelo de regressão linear. Constatou-se que a quantidade de água, o tempo de cozimento e a interação entre estes dois fatores foi significativa. Porém a ação de fritar os grãos antes do cozimento não interfere no resultado final. Como resultado da otimização, verificou-se que é necessário utilizar 3 copos de água com 12 minutos de cozimento para obter a condição ótima de macio e soltinho.

Palavras chave: Projeto experimentos, regressão linear, arroz.

Factorial Design 2^K : An Application to Preparation of a food product

Abstract

This paper presents an application of a factorial design of experiments of type 2^3 in order to identify the factors that influence the preparation of white rice type 1. 8 combinations were conducted experiments with two replications, considering the following factors: (1) amount of water, (2) cooking time and (3) do or do not pre-fried rice. With the data obtained was performed using ANOVA and a linear regression model. It was found that the amount of water, cooking time and the interaction between these two factors was significant. However the action of frying the grains before cooking does not affect the final result. As a result of optimization, we found that it is necessary to use 3 cups of water with 12 minutes of cooking to get the great condition of soft and fluffy.

Key-words: Factorial Design, linear regression, rice

1. Introdução

A melhoria contínua em produtos ou processos é uma tarefa importante no setor industrial, pois pode significar redução de custos, melhor qualidade e produtividade. A otimização busca identificar os ajustes dos fatores do processo que melhor atendam as variáveis de resposta de interesse para o cliente (RIBEIRO; CATEN, 1996).

Uma ferramenta adequada para verificar quais são os fatores que podem estar influenciando no resultado de um processo é o projeto de experimentos. Segundo Montgomery (1997), esta ferramenta combina diversos fatores envolvidos em um experimento, de modo que todos os níveis dos fatores são cruzados com os níveis dos demais fatores.

Apesar desta metodologia ter sido criada para o ambiente industrial, ela pode ser aplicada nas mais diversas situações. Neste sentido, este artigo apresenta os resultados da aplicação de um projeto de experimentos em um processo de elaboração de um produto alimentício. A pesquisa teve como objetivo identificar quais são os fatores que interferem no cozimento do arroz, e a combinação ótima dos níveis para que o alimento atinja o ponto de cozimento considerado ótimo pelos pesquisadores.

O artigo é composto por cinco seções gerais: (i) introdução, onde o tema de estudo é apresentado; (ii) revisão bibliográfica, apresentando o embasamento teórico sobre o projeto de experimentos; (iii) procedimentos metodológicos, onde são indicados os parâmetros do processo, assim como os fatores controláveis e constantes, restrições e matriz experimental; (iv) análise e otimização dos resultados, apresentando tabelas e gráficos utilizados para a otimização do processo; e, por fim, (v) conclusão, onde são apresentados os principais resultados e sugeridos trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Projeto de Experimentos

Ribeiro & Caten (2003) afirmam que o projeto de experimentos é uma metodologia apoiada em conceitos estatísticos cuja finalidade é otimizar o planejamento, a execução e a análise de um experimento, através de uma estrutura seqüenciada de ensaios que visa traduzir os objetivos preestabelecidos pelo pesquisador.

Montgomery (2009) considera que um experimento é um teste, ou seja, um experimento deve ser definido como um teste ou uma série de testes onde mudanças propositalmente são feitas nas variáveis de entrada de um sistema (produto, processo ou serviço), de maneira que nós possamos observar e identificar mudanças nas respostas de saída que resultem na alteração das suas características de qualidade. Essas características de qualidade podem variar desde redução de tempo e/ou custo até melhorias no rendimento do processo, características dimensionais, entre outras, ou seja, são todas as características que o cliente percebe como importantes no sistema.

O planejamento experimental, segundo Calado & Montgomery (2003), é uma técnica que permite a determinação de variáveis que exercem maior influência no desempenho de determinados sistemas. Por exemplo, em processos pode-se alterar a temperatura, a pressão e a densidade; em produtos podemos alterar o tipo de material e as características dimensionais; enquanto que em serviços podemos alterar o *layout* e a quantidade de funcionários. As mudanças de desempenho causadas pelas variáveis (aspectos que podem ser medidos e que permitem quantificar características de qualidade) no experimento permitem ao pesquisador determinar quais, em que quantidade e em que condições, os dados devem ser utilizados para satisfazer os objetivos preestabelecidos, desde a precisão estatística possível na resposta a outras características particulares do sistema.

Além dos parâmetros do sistema (variáveis de entrada que podem ser alteradas e que possivelmente tenham efeito sobre as variáveis de resposta), os experimentos também contêm fatores de ruído, que são aqueles fatores que causam a variabilidade e não dependem do pesquisador. Ou seja, os fatores de ruído são parâmetros incontrolláveis que podem influenciar

o desempenho do sistema, sendo responsáveis pelo erro experimental, também chamado de variabilidade residual ou variância do erro. Como exemplos pode-se citar os efeitos do meio ambiente, como umidade e temperatura do dia, e de variabilidade ao longo do tempo, como desgaste das ferramentas ou habilidade dos seus operadores.

As variáveis dentro do experimento podem ser classificadas entre qualitativas, como, por exemplo, dois tipos de máquina ou operador, ou a presença ou ausência de algum componente; ou quantitativas, como dois valores de tempo, temperatura, concentração, pressão, entre outros.

Os princípios básicos de um planejamento de experimentos, segundo Calado & Montgomery (2003), são: replicação, aleatoriedade e blocagem. A replicação é importante tanto por permitir a obtenção do erro experimental, o que é essencial para se identificar se as diferenças observadas nos dados são estatisticamente diferentes, como também por permitir a obtenção de uma estimativa mais precisa caso a média de uma amostra for usada para estimar o efeito de um fator no experimento. Quanto à aleatoriedade, os métodos estatísticos requerem que as observações ou erros tenham variáveis aleatórias, garantindo a mesma distribuição de todos os fatores não considerados durante o experimento. Por último, a blocagem tem como finalidade aumentar a precisão do experimento. Conforme Aranda *et al* (2008), quando um número de fatores a serem investigados aumenta, o número de ensaios a serem realizados durante um experimento também aumenta, o que exige um maior investimento e tempo para a sua execução. Assim, a técnica de blocagem permite que o experimento seja feito em diferentes dias ou máquinas sem que esse efeito inflacione a estimativa do erro experimental. Ou seja, é calculado o efeito da diferença entre os dias da semana ou da diferença entre as máquinas e esse efeito é reduzido do erro.

2.2 Projeto Fatorial do tipo 2^k

Quando o experimento é executado com diversos fatores (k), cada qual em dois níveis, este projeto de experimento é denominado projeto fatorial 2^k . Com a realização de um único projeto fatorial é possível avaliar os efeitos de cada fator sobre a variável de saída bem como os efeitos da interação desses fatores sobre o resultado final do produto ou processo (MATTOS; BARBETTA; SAMOBYL, 2004).

A maior vantagem em utilizar esse tipo de projeto é que ele é simples de ser conduzido e analisado, especialmente em casos onde se possui vários fatores a serem investigados. Ribeiro e Caten (2003) indicam que esse método deve ser utilizado nos estágios iniciais da pesquisa e caso seja importante verificar mais níveis em cada fator, esse novo experimento pode ser realizado alterando somente os fatores que são significativos para a variável de resposta.

2.3. Regressão Linear

A regressão pode ser definida como uma metodologia para avaliar o relacionamento funcional entre duas ou mais variáveis correlacionadas (CHASE *et al*, 2006). A regressão linear, segundo Ribeiro e Caten (2003), se aplica às situações onde duas variáveis podem possuir uma relação de causa e efeito. Nesse caso, uma variável muda por causa da mudança de outra variável. Supõe-se que exista uma relação linear entre a variável X , que é denominada variável independente ou fator controlável, e a variável Y , que é chamada de variável dependente ou variável de resposta. A partir de modelos de regressão linear é possível estabelecer uma equação que determina a relação entre as duas variáveis analisadas. Esta equação é dada por:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad (1)$$

Onde β_0 é o intercepto e β_1 é a inclinação da reta.

Os parâmetros dados na equação 1 podem ser estimados através do método de mínimos quadrados (MONTGOMERY, 2009). Deste modo, obtem-se as estimativas dos valores de Y através da equação:

$$Y = b_0 + b_1 X \quad (2)$$

Onde b_0 é a estimativa para o intercepto β_0 e b_1 é a estimativa da inclinação da reta β_1 .

Também é possível avaliar a influência de duas ou mais variáveis independentes em relação à variável dependente. Neste caso o modelo de regressão linear, para k variáveis independentes, é dado por:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k \quad (3)$$

Para avaliar o quanto a equação de regressão se ajusta aos dados amostrais, pode-se utilizar o coeficiente de determinação (R^2). O R^2 equivale a proporção da variância dos valores de Y que pode ser atribuída à regressão com variável X (RIBEIRO e CATEN, 2003). No caso do modelo incluir mais de uma variável independente, deve-se utilizar o R^2_{ajustado} , que considera em seu cálculo o número de variáveis e o tamanho da amostra.

3. Procedimentos Metodológicos

O objetivo do experimento foi identificar os fatores que possuem efeito significativo sobre o cozimento do arroz, com o objetivo de deixá-lo “soltinho”. Para a avaliação da variável de resposta, estabeleceu-se uma escala (Tabela 1) para a nota do arroz cozido, variando de 0 até 10. A variável de resposta é do tipo nominal é melhor, ou seja, a nota desejada para o arroz pronto é 5.

Resultado	Nota
Arroz cru/duro	0 a 2,0
Arroz cozido mas com água no fundo	2,1 a 4,0
Arroz macio e soltinho	4,1 a 6,0
Arroz macio mas grudando	6,1 a 8,0
Arroz queimado (ou parcialmente queimado)	8,1 a 10,0

Fonte: Primária

Tabela 1 – Escala para nota do arroz cozido

Na primeira etapa do experimentos foram listados os parâmetros envolvidos na preparação do arroz. Estes parâmetros são: (i) marca do arroz, (ii) tipo do arroz, (iii) quantidade de arroz, (iv) lavagem prévia, (v) temperatura inicial da água, (vi) fritar previamente o arroz, (vii) quantidade de água, (viii) quantidade de sal, (ix) tipo de panela, (x) nível do fogo, (xi) tamanho do bico do fogão, (xii) tempo de cozimento, (xiii) quantidade de azeite, (xiv) demais temperos.

Os fatores controláveis priorizados foram: fritar o arroz previamente (sim ou não), quantidade de água (3 ou 4 copos) e tempo de cozimento (12 ou 14 minutos). Foram fixados dois níveis (baixo e alto) para cada um dos fatores controláveis, conforme Tabela 2.

Fatores	Níveis	
A (Água, em quantidade de copos)	3	4
B (Tempo, em minutos)	12	14
C (Fritar)	Não	Sim

Fonte: Primária

Tabela 2 – Fatores controláveis e respectivos níveis

Os demais fatores foram mantidos constantes ao longo da execução do experimento. Deste modo, a marca de arroz escolhida foi a mesma em todos os experimentos, o arroz foi do tipo 1, e a quantidade de arroz foi medida com um mesmo copo. Estabeleceu-se que o arroz não seria lavado, a temperatura da água seria ambiente, quantidade de sal foi de $\frac{1}{4}$ de colher de chá, a panela foi sempre a mesma, o fogo fixou-se em alto e no bico menor, utilizou-se uma colher de sopa de azeite e não foram utilizados outros temperos.

A matriz experimental definida foi um projeto fatorial 2^3 completo, com repetição, totalizando 16 ensaios, sendo possível estudar 3 efeitos principais, 3 efeitos de interação de dois fatores e 1 efeito de interação de três fatores. A ordem de execução dos ensaios foi aleatorizada conforme seqüência apresentada na Tabela 3.

Ensaio	A (Água)	B (Tempo)	C (Fritar)	VR (Nota)
1	3	12	Não	6
bc	3	14	Sim	8,5
a	4	12	Não	2,5
ac	4	12	Sim	2
ab	4	14	Não	2,8
c	3	12	Sim	3
abc	4	14	Sim	3,2
b	3	14	Não	8
a	4	12	Não	2
b	3	14	Não	8,5
abc	4	14	Sim	4
ab	4	14	Não	4,8
bc	3	14	Sim	9
1	3	12	Não	4,5
c	3	12	Sim	4,5
ac	4	12	Sim	2,5

Fonte: Primária

Tabela 2 – Matriz experimental do projeto experimental

4. Avaliação do experimento

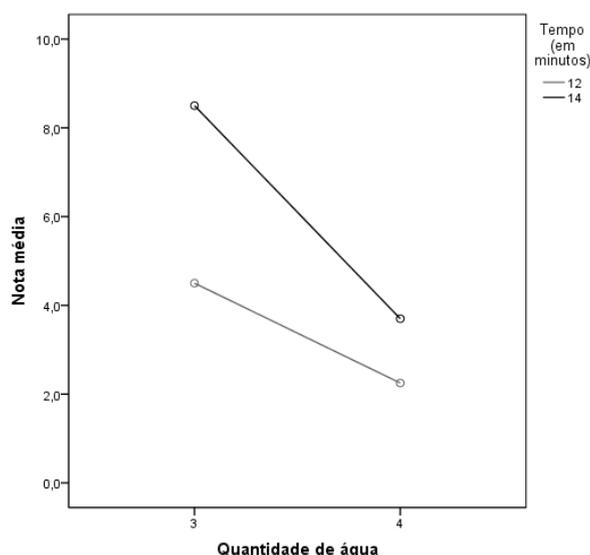
Inicialmente foi realizada uma ANOVA onde foram avaliados os efeitos principais dos três fatores e as interações entre eles. Verificou-se que o efeito da água (A) e do tempo de cozimento (B), bem como a interação entre esses dois fatores (AB) foram significativos ($p < 0,001$, $p < 0,001$ e $p = 0,013$, respectivamente) sobre a nota do arroz conforme Tabela 4.

Fonte de variação	SQ	GL	QM	F	P
A	49,70	1	49,70	78,43	<0,001
B	29,70	1	29,70	46,87	<0,001
C	0,36	1	0,36	0,57	0,473
AB	6,50	1	6,50	10,26	0,013
AC	0,16	1	0,16	0,25	0,629
BC	0,81	1	0,81	1,28	0,291
ABC	1,21	1	1,21	1,91	0,204
Erro	5,07	8	0,63	-	-
Total	93,52	15	-	-	-

Fonte: Primária

Tabela 4 – Resultados da ANOVA do experimento

Como a interação entre os fatores A e B foi significativa, a identificação do ajuste ótimo é realizada a partir do gráfico da interação entre quantidade de água (fator A) e tempo de cozimento (fator B).



Fonte: Primária

Figura 1 – Nota dada ao arroz de acordo com quantidade de água utilizada e tempo de cozimento

Como pode-se verificar na Figura 1, considerando-se que a variável de resposta é do tipo nominal-é-melhor com valor alvo 5, o ajuste ótimo dos fatores controláveis é 3 copos de água e tempo de cozimento de 12 minutos.

Na sequência foi realizado um modelo de regressão múltipla que permite prever a nota do arroz de acordo com os fatores controláveis investigados. Na análise de regressão foram estudados os efeitos principais e as interações duplas (AB, AC, BC) e a interação tripla entre os fatores (ABC). Os níveis dos fatores foram padronizados, de modo a garantir que os coeficientes obtidos fossem diretamente comparáveis entre si. Para realizar esta padronização, calculou-se, para cada efeito, seus respectivos níveis codificados (NC), dados por:

$$NC = \frac{NR - VC}{[(LSI-LII)/2]}$$

Onde

NR é o nível real;

VC: valor central do intervalo investigado, $VC = [(LSI-LII)/2+LII]$;

LSI: limite superior do intervalo investigado e

LII: limite inferior do intervalo investigado.

Em um primeiro momento, foram incluídos todos os termos (efeitos principais e interações) no modelo de regressão. A Tabela 5 apresenta os coeficientes dos fatores significativos do modelo de regressão a um nível de significância de 5% .

Modelo	Coefficientes	Erro padrão	t	Valor-p
Constante	4,74	0,199	23,80	<0,001
A	-1,76	0,199	-8,85	<0,001
B	1,36	0,199	6,84	<0,001
AB	-0,64	0,199	-3,20	0,008

Fonte: Primária

Tabela 5 – : Coeficientes do modelo de regressão, erro padrão e valor-p

Verificou-se que os fatores com efeitos significativos sobre a nota do arroz foram a quantidade de água, o tempo de cozimento e a interação entre estes dois fatores. O modelo de regressão final é dado por:

$$\text{Nota do arroz} = 4,74 - 1,76 A + 1,36 B - 0,64 AB,$$

Onde: A: quantidade de água (3 copos: -1; 4 copos: 1)

B: tempo de cozimento (12 minutos: -1; 14 minutos: 1)

AB: interação entre os fatores A e B

A equação de regressão explica 89,9% da variabilidade da nota do arroz ($R^2_{\text{ajustado}}=0,899$).

Na Tabela 6, apresentam-se os valores da variável de resposta nota do arroz obtida experimentalmente e os valores previstos utilizando a equação de regressão. É possível observar que os dados previstos estão bem próximos dos valores obtidos no experimento, como é esperado devido ao alto valor do coeficiente de determinação (R^2).

Água (A)	Tempo (B)	Fritar (C)	A	B	AB	VR	Valores preditos
3	12	Não	-1	-1	1	4,5	4,5
3	12	Não	-1	-1	1	6,0	4,5
3	12	Sim	-1	-1	1	4,5	4,5
3	12	Sim	-1	-1	1	3,0	4,5
3	14	Não	-1	1	-1	8,5	8,5
3	14	Não	-1	1	-1	8,0	8,5
3	14	Sim	-1	1	-1	9,0	8,5
3	14	Sim	-1	1	-1	8,5	8,5
4	12	Não	1	-1	-1	2,0	2,25
4	12	Não	1	-1	-1	2,5	2,25
4	12	Sim	1	-1	-1	2,5	2,25
4	12	Sim	1	-1	-1	2,0	2,25
4	14	Não	1	1	1	4,8	3,7
4	14	Não	1	1	1	2,8	3,7
4	14	Sim	1	1	1	4,0	3,7
4	14	Sim	1	1	1	3,2	3,7

Fonte: Primária

Tabela 6 – Valores previstos através da equação da regressão linear

5. Conclusão

Este artigo objetivou identificar quais os fatores que influenciam na aparência do arroz após o cozimento. A variável resposta foi a nota dada ao arroz após o cozimento. Os fatores controláveis investigados neste estudo foram: (A) quantidade de água; (B) tempo de cozimento e (C) ter fritado ou não previamente o arroz antes de começar a cozinhá-lo.

Este projeto foi planejado de acordo com um projeto fatorial 2^3 com duas repetições resultando em 16 ensaios. Os resultados foram analisados utilizando-se ANOVA e análise de regressão. Nas duas formas de análise foram avaliados os efeitos principais e as interações resultantes das combinações dos três fatores estudados.

Através das duas análises constatou-se que os fatores que influenciam no resultado do arroz são a quantidade de água utilizada e o tempo de cozimento, assim como a interação entre os dois fatores, independente de o arroz ter sido fritado ou não previamente.

A otimização foi obtida através do gráfico de interação entre quantidade de água utilizada e o tempo de cozimento. Considerando que a variável de resposta é do tipo nominal-é-melhor com valor alvo 5 (nota referente a condição de macio e soltinho), os níveis ótimos dos fatores investigados são 3 copos de água e tempo de cozimento de 12 minutos.

REFERÊNCIAS

ARANDA, M. H. ; JUNG, C. F. ; CATEN, C. S. T. *Aplicação do Projeto de Experimentos para Otimização de uma Inovação Tecnológica.* Revista Gestão Industrial v. 04, n. 02: p. 116-132, 2008.

ALADO, V.; MONTGOMERY, D.C. *Planejamento de experimentos usando o Statistica.* Rio de Janeiro: E-Papers Serviços Editoriais, 2003.

CHASE, R.B.; JACOBS, R.; AQUILANO, N. J. *Administração da Produção para a vantagem competitiva.* 10. ed. São Paulo: Bookman, 2006.

MATTOS, V. L. D.; BARBETTA, P. A.; SAMOBYL, R. W. *Identificação de efeitos de dispersão em experimentos fatoriais 2k e 2k-p.* Revista Produção v. 14 n. 2 2004

MONTGOMERY, D.C. *Design and Analysis of Experiments.* 7. Ed. New York: John Wiley & Sons, 2009.

RIBEIRO, J.L.D.; CATEN, C.S. ten. *Projeto de Experimentos.* Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, 2003.

RIBEIRO, J.L.D.; CATEN, C.S. ten. *Custos da Qualidade e da Manufatura:Um estudo de caso na Indústria Química.* GESTÃO & PRODUÇÃO v.3, n.3, p. 274-290, dez. 1996.